

Designing Insurance Programs for Casualty Insurance Companies ~Reducing the Protection Gap~

Taisei Obara^a

Junichi Imai^{b*}

^a*Graduate School of Science and Technology, Keio University*

^b*Faculty of Science and Technology, Keio University*

Abstract: This research investigates the critical “protection gap,” the difference between economic losses from natural disasters and insured compensation, which has grown with climate change-driven disaster frequency and severity. Addressing this gap is essential for economic resilience and minimizing societal impacts. Key approaches involve expanding insurance coverage and bolstering disaster mitigation efforts, supported by collaboration between public and private sectors. While casualty insurers traditionally use reinsurance for risk transfer, CAT bonds now serve as a vital complementary mechanism. This study examines an optimal disaster insurance framework, leveraging reinsurance and CAT bonds to reduce the protection gap while maximizing shareholder value.

Keywords: CAT bond; Reinsurance; Protection Gap; Risk Management

*This work was supported by JSPS KAKENHI Grant number 21K04534.

損害保険会社の災害保険プログラムの設計 ～プロテクションギャップ縮小～

尾原太成^a

今井潤一^b

^a 慶應義塾大学大学院理工学研究科

^b 慶應義塾大学理工学部

1 はじめに

近年、地球温暖化に伴う気候変動の影響により、自然災害が頻発化・激甚化し、世界各地で多大な損害をもたらしている。その結果、自然災害による経済的損失と保険による補償額の差である「プロテクションギャップ（補償ギャップ）」が国際的な問題として深刻化している [3]。プロテクションギャップの拡大は、自然災害後の経済回復を遅延させ、社会経済に悪影響を及ぼす可能性がある [3]。プロテクションギャップを縮小するためには、主に二つのアプローチが考えられている。第一に、防災・減災対策を強化し、被害額そのものを低減することである。第二に、保険のカバー範囲を拡大し、より多くの補償を提供することである。これらの取り組みを官民連携で進めるにあたり、損害保険会社の貢献が大いに求められている [8] [11]。

伝統的に、損害保険会社は、引き受けた自然災害に関連する損害保険契約のリスクを移転するために再保険契約を用いてきた。近年では、従来の再保険を補完する手段として、代替的リスク移転（ART）手法の一つである CAT 債の利用が促進されている。伝統的な再保険及び CAT 債を用いた損害保険会社のリスク管理に関する先行研究は数多く存在する [9][2][5]。また、損害保険会社は自然災害による被害を低減させるために防災・減災への取り組みを強化している。しかし、これらの損害保険会社の行動が社会課題であるプロテクションギャップに与える影響についての明示的な評価は十分になされていない。

そこで本研究では、再保険及び CAT 債を組み合わせた最適な災害保険プログラムと社会課題であるプロテクションギャップの関係性を評価する。ここで、損害保険会社は慈善団体ではなく営利企業であり、株主価値を最大化を目指している。そのため、最適な災害保険プログラムとは、損害保険会社に高い株主価値をもたらすリスク移転戦略を指す。本研究は、営利企業である損害保険会社が株主価値の最大化を図りつつも、社会課題であるプロテクションギャップに与える影響を検証することを目的としている。

2 モデル

本研究におけるモデルの主体はすべて損害保険会社である。

2.1 損害保険会社の株主価値及び資産価値モデル

本研究のモデルは、危険理論 (risk theory) における最も基本的なモデルとされている Lundberg モデルを基礎としている。

2.1.1 損害保険会社の株主価値モデル

Kravych and Sherris [5] を参考にモデル化。時刻 $t = T$ における損害保険会社の株主価値 S_T は以下のように定式化される。なお、損害保険会社の時刻 $t = T$ での状態として、財務的に健全な状態、財務的困難な状態、債務超過の状態の3つを想定している。この議論は、Jarrow and Purnanandam [4] と整合的である。

$$S_T = (A_T - L_T)\mathbf{1}_{\{A_T - L_T > K\}} + \max\{\omega A_T - L_T, 0\}\mathbf{1}_{\{A_T - L_T \leq K\}} \quad (1)$$

A_T 及び L_T はそれぞれ時刻 $t = T$ における損害保険会社の資産価値及び支払保険金総額、 K は外生的にあらかじめ決められた財務的困難のバリアである。株主は時刻 $t = T$ に清算配当 (損害保険会社の最終的な富) を受け取る。有限責任と仮定し、 A_T が L_T を下回る場合 (債務超過状態)、株主へのペイオフはゼロとなる。時刻 $t = T$ において、損害保険会社が財務的に健全な場合 (すなわち、 $A_T - L_T > K$)、株主は $A_T - L_T$ の清算配当を受け取る。しかし、財務的困難が発生した場合 (すなわち、 $A_T - L_T \leq K$)、損害保険会社は資産価値の割合として $(1 - \omega)$ のデットウェイトを負うと仮定する。したがって、株主は損害保険会社がまだ支払能力がある場合 (すなわち、 $\omega A_T - L_T > 0$) には $\omega A_T - L_T$ の清算配当を受け取り、支払い不能の場合 (すなわち、 $\omega A_T - L_T \leq 0$) には何も受け取らない。

2.1.2 損害保険会社の資産価値モデル

Trottier and Lai [9] を参考にモデル化。時刻 $t = T$ における損害保険会社の資産価値 A_T は以下のように定式化される。

$$A_T = (X + \pi_P - \pi_{CB} - \pi_{RE} - I)e^{rT} + CB_T + RE_T \quad (2)$$

損害保険会社の資産には、初期資本 X に加え、 $t = 0$ で保険契約者から受け取った保険料 π_P が含まれる。損害保険会社は2つのリスク移転手法を活用できる。まず、再保険契約では、 $t = 0$ でコスト π_{RE} がかかり、 $t = T$ に保険金 RE_T が支払われる。続いて、CAT 債では、 $t = 0$ でコスト π_{CB} がかかり、 $t = T$ に保険金 CB_T が支払われる。また、損害保険会社は $t = 0$ で自然災害が発生した場合に少しでも被害を抑えるために投資額 I を支払い、防災・減災に向けた取り組みを実施する。ここで、損害保険会社の $t = 0$ における資産はすべてリスクフリーレート r で運用されると仮定する。

2.2 価格設定モデル

2.2.1 保険契約の価格設定モデル

Trottier and Lai [9] を参考にモデル化. $t = 0$ における保険契約と引き換えに保険契約者が損害保険会社に支払う保険料 π_P は以下のように定式化される.

$$\pi_P = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[P_T]e^{-rT}(1 + \delta_P), \quad P_T = \min(A_T, L_T) \quad (3)$$

$$\delta_P = \max((1 - q \cdot SP)\delta_P^{\max}, -1), \quad SP = \mathbb{P}(A_T < L_T) \quad (4)$$

P_T は $t = T$ で保険契約者に支払われる金額, δ_P は保険契約者が損害保険会社との保険契約のために支払うことをいとわない上乗せ分 (ローディング) である. つまり, 市場はリスク中立価格に対する「上乗せ」を許容している. 損害保険会社は独占的な立場になく, δ_P を恣意的に設定できない. δ_P は内生的に決まり, 損害保険会社のデフォルト確率 SP が増加すると, 保険契約者が許容するローディングは減少する傾向にある.

2.2.2 CAT 債の価格設定モデル

Trottier and Lai [9] 及び Gatzert and Kellner [10] を参考にモデル化. $t = 0$ における損害保険会社が CAT 債の発行にかかるコスト π_{CB} は以下のように定式化される. なお, 先述したように, CAT 債は信用リスク及びベシスリスクにさらされていないとする.

$$\pi_{CB} = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[CB_T]e^{-rT}(1 + \delta_{CB}) \quad (5)$$

$$\delta_{CB} = \max \left\{ \theta_{CB} \left(\frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[CB_T]}{\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[L_T]} \right), \delta_{CB}^{\min} \right\} \quad (6)$$

CB_T は $t = T$ で特別目的事業体 (SPV) から受け取る保険金, δ_{CB} は実損填補型のトリガーに起因する固有のモラルハザードリスクに対する補償として, 投資家が要求するローディングである. δ_{CB} は, SPV からの期待支払額と損害保険会社の期待支払保険金額の比率に比例すると仮定する. ここで, θ_{CB} は投資家のモラルハザードリスクへのエクスポージャーを示す変数, δ_{CB}^{\min} はモラルハザードリスクが無い場合に必要とされる最低限のローディングである.

2.2.3 再保険の価格設定モデル

$t = 0$ における損害保険会社が再保険契約にかかるコスト π_{RE} は以下のように定式化される. なお, 先述したように, CAT 債とは異なり, 再保険契約には信用リスクにさらされているとする.

$$\pi_{RE} = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[RE_T]e^{-rT}(1 + \delta_{RE}) \quad (7)$$

$$\delta_{RE} = \max \left\{ \theta_{RE} \left(\frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[RE_T]}{\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[L_T]} \right), \delta_{RE}^{\min} \right\} \quad (8)$$

$$RE_T = RE_T^f \cdot (1 - PD \cdot LGD) \quad (9)$$

したがって、 $t = T$ で再保険会社から受け取る保険金 RE_T は、全額支払いが補償された再保険会社から受け取る保険金 RE_T^f から期待回収不能額を差し引いた額となる。

PD (Probability of Default) は再保険会社の期待デフォルト率、 LGD (Loss Given Default) はデフォルト時損失率である。なお、回収率 (Recovery Rate) は $RR = 1 - LGD$ となる。

δ_{RE} はモラルハザードに基づく、再保険会社が要求するローディングである。 δ_{RE} は、再保険会社からの期待支払額と損害保険会社の期待支払保険金額の比率に比例すると仮定する。ここで、 θ_{RE} は再保険会社のモラルハザードリスクへのエクスポージャーを示す変数、 δ_{CB}^{\min} はモラルハザードリスクが無い場合に必要とされる最低限のローディングである。

2.3 損害保険会社の支払保険金総額モデル

$t = T$ における損害保険会社の支払保険金総額 L_T が従う過程 $\{L_t\}_{t \geq 0}$ は以下のように定式化される。

$$L_t = \sum_{i=1}^{N_t} \{X_i \cdot (1 - R) \cdot C\} \quad (10)$$

支払保険金総額の推定には、頻度に関わる不確実性と支払保険金に関わる不確実性という2つの不確実性を数理的に捉える必要がある。したがって、 L_t は時刻 t までの支払保険金の累積額を複合ポアソン過程を用いて表現されたものである。期間内において、 N_t は強度 λ を持つポアソン過程でクレームの頻度に対応し、 X_i は分布 F_U に従う IID 正值確率変数で i 番目の経済的損失額である。ただし、 N_t と X_i は独立とする。そして、 R は損害保険会社の防災・減災投資による被害低減効果率、 C は損害保険会社による保険カバー率、 $R, C \in [0, 1]$ である。

2.4 各種モデル

2.4.1 損害保険会社の防災・減災投資による被害低減効果モデル

損害保険会社の防災・減災投資による被害低減効果率 R は以下のように定式化される。

$$R = \max \left(0, \min \left(R_{\max} \left(1 - e^{-kI} \right) + \epsilon, 1 \right) \right) \quad (11)$$

$$\epsilon \sim N(0, \sigma^2) \quad (12)$$

2.4.2 モラルハザード・モデル

CAT 債における投資家のモラル・ハザードリスクへのエクスポージャー θ_{CB} 及び再保険契約における再保険会社のモラル・ハザードリスクへのエクスポージャー θ_{RE} は以下のように定式化される。

$$\theta_{RE} = \theta_{RE}^{Init} \cdot (1 - R) \quad (13)$$

$$\theta_{CB} = \theta_{CB}^{Init} \cdot (1 - R) \quad (14)$$

2.4.3 プロテクションギャップ・モデル

$t = T$ におけるプロテクションギャップ PG は以下のように定式化される。

$$PG = E \left(\frac{\sum_{i=1}^{N_t} \{X_i \cdot (1 - R) \cdot (1 - C)\}}{\sum_{i=1}^{N_t} \{X_i \cdot (1 - R)\}} \cdot 100 \right) \quad (15)$$

2.5 ペイオフモデル

Trottier and Lai [9] 及び Gatzert and Kellner [10] を参考にモデル化。

再保険:

$$RE_T^f = \min(\max(L_T - H_{RE}, 0), M_{RE}) \quad (16)$$

- H_{RE} : 再保険のアタッチメントポイント (損失がこの値を超えると再保険が適用)
- M_{RE} : 再保険のカバー上限 (再保険の最大支払額)

CAT 債:

$$CB_T = \min(\max(L_T - H_{CB}, 0), M_{CB}) \quad (17)$$

- H_{CB} : CAT 債のアタッチメントポイント (損失がこの値を超えると CAT 債が適用)
- M_{CB} : CAT 債のカバー上限 (CAT 債の最大支払額)

2.6 最適化問題

本研究における最適な災害保険プログラムを求める最適化問題は以下のように定式化される。

$$\begin{aligned}
 & \underset{M_{RE}}{\text{maximize}} && \mathbb{E}[S_T]e^{-rT} \\
 & \text{subject to} && H_{CB} = H_{RE} + M_{RE} \\
 & && M_{CB} = M - M_{RE} \\
 & && H_{RE} = H \\
 & && M_{RE} \in [0, M]
 \end{aligned} \tag{18}$$

決定係数 M_{RE} によって、最適な災害保険プログラムにおける再保険及び CAT 債それぞれのリスク移転のウェイトバランスを確認することができる。上記の最適化問題を解くことで、各パラメーター設定に基づくプロテクションギャップと損害保険会社の株主価値の関係性を確認することができる。その結果、損害保険会社の株主価値を高めるための行動が社会課題であるプロテクションギャップに与える影響を明示的に評価可能となる。

3 結果と考察

感度分析等の結果を踏まえ、損害保険会社が株主価値の最大化を目指しつつも、社会課題であるプロテクションギャップに与える影響を検証する。なお、結果の詳細は当日報告する。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 21K04534 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] AREMIS (2024): Catastrophe bonds & ILS outstanding by trigger type, <https://www.artemis.bm/dashboard/cat-bonds-ils-by-trigger/>.
- [2] Götze, T. , Gürtler, M. (2022): Risk transfer beyond reinsurance: the added value of CAT bonds, *The Geneva Papers on Risk and Insurance Issues and Practice*, **47**, 125–171.
- [3] GFIA (2023): グローバルプロテクションギャップとそれを埋めるための提言, <https://www.sonpo.or.jp/about/efforts/international/gfia/ctuevu0000005hh3-att/GFIA.pdf>.
- [4] Jarrow, R., Purnanandam, A. (2007): Capital structure and the present value of firm’s investment opportunities: a reduced form credit risk perspective, *Review of Derivatives Research*, **10**, 39–58.
- [5] Krvavych, Y. , Sherris, M. (2006): Enhancing insurer value through reinsurance optimization, *Insurance, Mathematics & Economics*, **38**, 495–517.
- [6] Lakdawalla, D., G. Zanjani. (2012): Catastrophe bonds, reinsurance, and the optimal collateralization of risk-transfer, *The Journal of Risk and Insurance*, **79**, 449–476.

- [7] Reichel L et al. (2022): On the optimal management of counterparty risk in reinsurance contracts, *Journal of economic behavior & organization*, **201**, 374–394.
- [8] Swiss Re (2019): レジリエンスの指標化：保険市場と経済の入門書, <https://www.swissre.com/japan/news-insights/sigma-research.html>.
- [9] Trottier, D.A., Lai, S. (2017): Reinsurance or CAT Bond? How to Optimally Combine Both, *The Journal of Fixed Income*, **27**, 65–87.
- [10] Gatzert, N., Kellner, R. (2014): The Effectiveness of Gap Insurance With Respect to Basis Risk in a Shareholder Value Maximization Setting, *The Journal of Risk and Insurance*, **81**, 831–859.
- [11] 日本経済新聞 (2023): 保険難民の時代（下）アジアの災害、無保険 8 割超, <https://www.nikkei.com/article/DGKKZO70572700X20C23A4EE9000/>.